

双子のパラドックス

アインシュタインの相対性理論では、速く動くと時間が遅れるということになっています。

本当にそうなのでしょうか？そこで有名なのが「**双子のパラドックス**」という話です。

双子の兄が高速の宇宙船で旅行をして 10 年後に地球に帰ってきました。宇宙船の速度は光速に近い速さ、例えば秒速20万キロメートルとします。相対性理論では、高速で動くものの時間は遅れるとされているので地球では 12 年の月日が経っていました。しかし、この時宇宙旅行をしていた兄の時間では 10 年しか経過していません。つまり、光速に近い速度で動いていた兄の時間は地球に残った双子の弟よりも遅く進んでいたため弟よりも2歳若くなるというものです。

しかし、よく考えてください。地球にいる弟から見れば兄が宇宙船で飛び立っていったように見えますが、一方、兄から見れば、地球の方が秒速 20 万キロの速度で遠ざかっていったとも見えるはず。ということは、地球にいる弟の年齢が若くなってもいいんじゃないか？というお話です。

これが、アインシュタインの相対性理論に対する**パラドックス(矛盾)**とされていました。

実際、特殊相対性理論では、「動いているものは、お互いに時間の進みが遅くなるように見える」とされています。それを逆手にとったものです。ですが、この**特殊相対性理論は「観測者が等速直線運動をしている場合のみ」に適用**されます。そして、「**お互いが等速直線運動をしている場合**」のみお互いに相手の時間が自分より遅く進むのです。

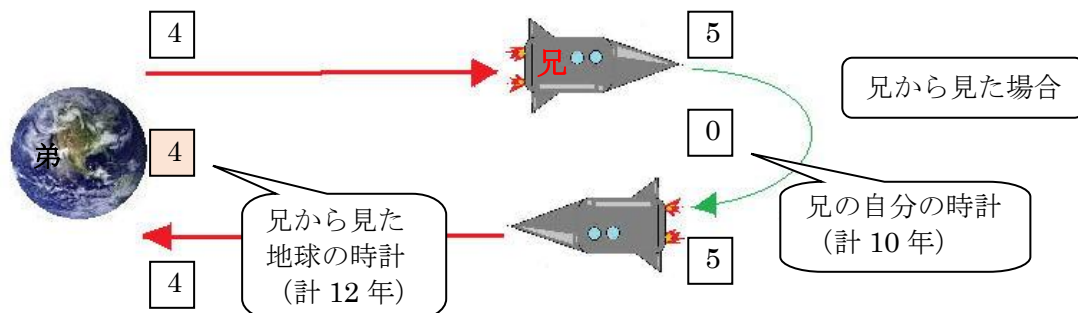
宇宙船では必ず**加速度運動**という「見かけの力」が働きます。見かけの力とは**慣性力**。電車なんかで急に発進すると中にいる人は「おととつ」となちやいますね。”あれ”です。

宇宙船では、地球を飛び立つとき、また折り返して帰ってくる時に**加速**しなければなりません。

相対性理論の後にアインシュタインにより発表された**一般相対性理論**では「**加速度運動するものは、時間の進み方が遅くなる**」ということがいわれています。つまり、**上の宇宙旅行の場合、時間の遅れはお互いさまではないんです。**

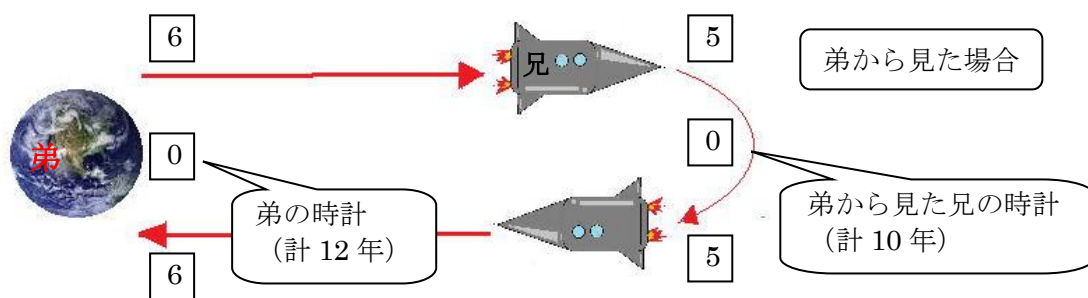
つまり、兄の方が地球に残った弟よりも時間の進み方が遅くなり、地球に帰ってきたときには兄の方が若くなっているということになります。

「でも、宇宙船が加速運動しているとしても、宇宙船から見たら地球が加速運動しているように見えるんじゃないの？」と、いう話もよく出てきます。しかし、これは錯覚のようなものですね。地球にいる弟には「見かけの力」は働きません。「おととつ」となりませんからね。つまり、加速しているのは、宇宙船なわけ。では、実際にどのような過程で時間が遅れるのかを見てみましょう。



ややこしくなるので出発の時の加速運動は省きます。上の図では、宇宙船の兄の時計を見ていきます。まず、赤線の部分。この部分では宇宙船は一定の速度(秒速20万キロ)で飛んでいるため等速直線運動をしていることになります。つまり、この赤線の部分では、「お互いの時間が遅れて見える」ということになるんです。ですから、兄の時計では5年たった場合、地球の時間では4年しか経っていません。この時点では、兄から見たら弟の方が若く見えるんですね。(直接会うことはできませんが…)

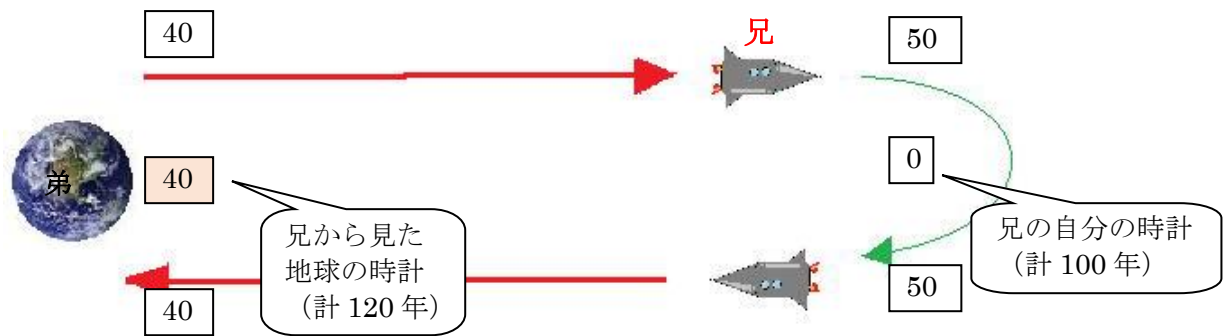
問題は、緑の線の部分。Uターンするところです。ここでは加速運動が働きます。この折り返しのところで兄の時計では、ほんのわずかな時間しか経っていないのに兄から見た地球の時計は一気に進むこととなります。Uターン前までは、4年しか経っていなかった地球の時計がいきなり8年まで進んでしまいました。折り返しを終えた時点で兄の時計では5年。兄から見た地球の時計は8年と逆転してしまっただけです。そして、帰り道もまた兄から見た地球の時計は遅く進むこととなります。行きと同じ距離なので兄の時計で5年。兄から見た地球の時計は4年です。つまり、**兄の時計では、行き5年+折り返し(ほぼ0)+帰り5年で10年**しか経っていないのに**地球の時計では行き4年+折り返し4年+帰り4年と12年**の月日が流れたということになります。なんだか、余計に意味わかんなくなっちゃいましたか?では、弟の時計も見ておきましょう。



地球にいる弟の時計でもやはり、赤い直線の部分では、お互いの時間が遅れて見えることとなります。つまり、弟の時計で6年経っているのに弟から見た宇宙船の時計は5年しか経っていないように見えます。

さて、問題のUターン。ここでは、弟から見た宇宙船は少しの時間で折り返しているように見えるので、ほぼ0です。弟の時計でも弟から見た宇宙船の時計でも少しの時間しか経っていませんので弟の時計では6年。弟から見た宇宙船の時計は5年のままです。そして、帰り。ここでは、行き同様、弟の時計6年。弟から見た宇宙船の時計5年が経ちます。つまり、弟の時計では、行き6年+折り返し0+帰り6年で12年経っているのに弟から見た宇宙船の時計は行き5年+折り返し0+帰り5年で10年しか経っていないこととなります。そのため、結果、兄の時計では10年しか経っていないのに地球にいた弟の時計では12年の月日が流れたということになり、兄が弟よりも2歳若くなるという結果となります。

では、こんな場合はどうでしょう。等速直線運動をしている距離をずっと長くするんです。10倍くらい長くして、折り返しは同じ時間で折り返すようにします。すると、等速直線運動、つまり、お互いの時間が遅れる期間が長くなるから、計算上、地球に戻ってきた兄の年齢の方が上になってしまうのではないかと?



つまり、宇宙船の兄から見た場合、**赤い線(等速直線運動)の時間を 10 倍**にしますので宇宙船の時間で 50 年経っていても地球の時間では 40 年しか経っていないことになります。そして、折り返し地点。ここは、同じ時間で折り返すので兄の時計では一瞬。地球の時計では 4 年経つことになります。帰りは行きと同じですね。宇宙船の時間で 50 年。地球の時間で 40 年です。すると、兄(行き 50 年+折り返し 0+帰り 50 年)で 100 年。地球にいる弟(行き 40 年+折り返し 4 年+帰り 40 年)で 84 年。

おっと、これでは、地球にいる弟の方が若くなる計算ではないか・・・！という例です。

しかし、実際にはUターンの時に地球にいる弟の時計がどのくらい進むか、宇宙船とどの程度差が出るかは地球と宇宙船との距離が離れれば離れるほど大きくなります。ですので、秒速 20 万キロで距離だけ伸びた場合、折り返し時に 10 倍距離が伸びた分、宇宙船の兄からみた地球の時間が一気に進む割合も大きくなるのです。ですから、宇宙船から見た地球の時間は折り返しで 40 年が一気に時間が進むことになります。つまり、地球にいる弟(行き 40 年+折り返し 40 年+帰り 40 年)で 120 年。距離が延びる分、年齢の差も大きくなるのです。

さて、双子のパラドックスでは、秒速 20 万キロという速度を例にあげました。こんな速度のロケットは、現実の世界には存在しません。では、この時間の遅れというのは、計算上の理論でしかないのでしょうか？

いや、実は、飛行機に乗っても車に乗っても電車に乗っても速く動く人の時間は遅くなるんです。ただし、飛行機や車では、ほんのちょっとでしかないのが気が付くはずもないんですね。

速く動くと時間が遅れる

アインシュタインの相対性理論において、有名なのが「高速で動くと時間が遅れる」という現象ですね。これがどういうことなのか？ざっくり簡単に学んでいってみましょう。

光の速度は常に一定である

時間の遅れと光の速度。ちょっと関係ないようですが、この事がまず大前提で重要です。

光の速度は秒速 30 万キロメートル。光はこの速度がぜ～ったいに変わらないのです。

例えば、時速 100 キロで車を運転しているとしますね。すれちがう車が時速 60 キロで走っていたとすると、すれ違うその車が時速 160 キロで走っているように見えます。逆に後ろから時速 100 キロで追いかけてくる車がいたとしてもバックミラーで見るその車は止まっているように見えますね。これは「速度合成の法則」といって自分の速度と相手の速度の足し算、引き算で計算することができます。

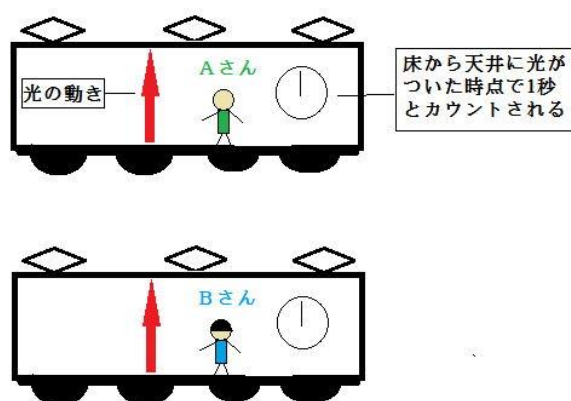
しかし、光はそんなの無視するんですねえ。どんな状況下に置いても速度は秒速約 30 万キロメートルで絶対に変わらない性質を持っているんです。

高速で動く人の時間は遅れる

光の速度が一定だとすると時間の性質についても驚くべき事実が発覚します！高速で動く人の時間は遅れるのです！

ここからちょっと難しくなってきますよ。頭をやわらかくして読んでね。

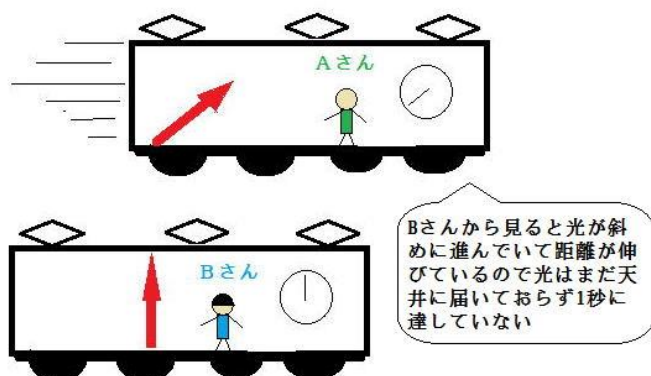
超でかい電車を想像してみてください。縦の高さは 30 万キロメートルもある大きな電車です。その電車には特別の時計が仕込まれており、床から天井まで光が届くと 1 秒とカウントされる時計が置かれています。同じ電車を 2 つ用意してそれぞれに A さん、B さんに乗ってもらいましょう。



A さんの乗っている電車にはおもいっきり速く走ってもらい、B さんの電車は止まったままにしておきます。

B さんの乗った止まっている電車の時計が 1 秒を指した時に A さんの乗った電車の時計を B さんに確認してもらいます。するとどうでしょう。B さんから見て A さんの乗った電車の光の進行は斜めになって距離が伸びたためにまだ天井にまで光が到達していません。つまり、時計もまだ 1 秒を指していないのです。

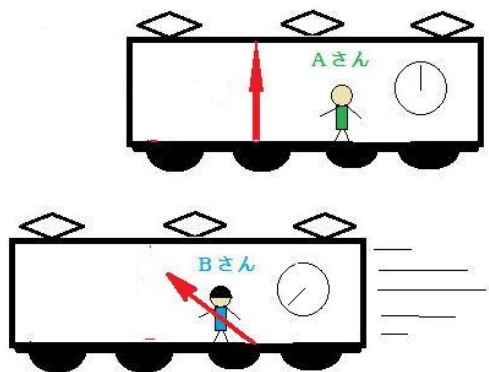
Bさんからすれば、自分の乗っている電車の時計は1秒を指しているのにAさんの電車では1秒を指していない。つまり、Bさんから見て高速で動く電車に乗ったAさんの時間は遅れているといえます。



光の速度が常に一定ということは、こういうことなんですね。う〜ん。なんか騙されているような気もするけど、まあ、何となく理解できたよ。という人も次の問題で頭を掻きむしることになりますよ〜。初めて相対性理論の時間の遅れを学んだ人で次の説明をすぐさま理解できる人は殆どいないはずです。

では、いきますよ。

BさんにとってAさんの時間が遅れるというのは、上で説明した通りです。しかし、よく考えてください。動いている電車に乗るAさんから見れば、Bさんの光の進行方向が斜めに進んでいるように見えるんです。



つまり、動いている電車のAさんから見てもBさんの時計は遅れて見えるってことですね。

時間ってものは、一方が遅れば一方は進む、これが常識です。しかし、相対性理論では「時間はお互いに遅れる」ということになります。ここが、もう小学生から習ってきた常識的な理解を超えてしまうところなので普通は理解できないはずです。両方の時間が遅れるんですからね。

じゃ、結局どちらの時間が遅れてるんじやい！って考えますね。しかし、Bさんから見ればAさんの時間が遅れていてAさんから見ればBさんの時間が遅れているんです。これが「相対＝どちらも正しい」ってことです。時間には絶対的なものではないんですね。動いている人、止まっている人、それぞれにそれぞれの時間があるってことです。

これがアインシュタインが1905年に発表した**特殊相対性理論**の考え方です。

でもね。じゃ、上の電車の例の場合、2人が腕時計をしていたとします。超高性能な腕時計です。その腕時計は結局Aさん、Bさん、どちらの時計が進み、どちらの時計が遅れるのでしょうか？どちらの時間も遅れるというのであれば、結局ふたりの時計は同じ時間を指しているのか？

答えは、Aさんの時計が遅れることになります。

「おいおい、さっきはどちらの時間も遅れるっていったじゃねえか？」

そうなんです。さっきまでの説明は特殊相対性理論についてわかりやすく説明したお話。

次は、1916年に同じくアインシュタインが発表した一般相対性理論についてお話していきます。

一般相対性理論

特殊相対性理論は「観測者が等速直線運動をしている場合」の理論です。しかし、実際の電車の動きを見てみると加速運動をしていることが普通ですね。一般相対性理論では、「加速運動を行うものは、止まっているものや等速側線運動をしているものよりも時間の進み方が遅くなる」また「重力の影響を受けるものは重力の影響のないものよりも時間の進み方が遅くなる」としてきます。

つまり、上で説明した特殊相対性理論は運動の速度も方向もかえない「特殊」な観測者からみた世界でなりたつ理論です。現実の世界では、ほぼありえないですね。そこでアインシュタインが一般化して重力も含んだ相対性理論、一般相対性理論を発表したんです。

電車は、かならず加速運動を行います。徐々にスピードが上がっていくってことです。つまり、Aさんは加速運動をしており、Bさんは止まっているのでAさんの時間だけが遅れるということになります。

特殊相対性理論での「時間の遅れ」と一般相対性理論での「時間の遅れ」は意味が違ってきます。

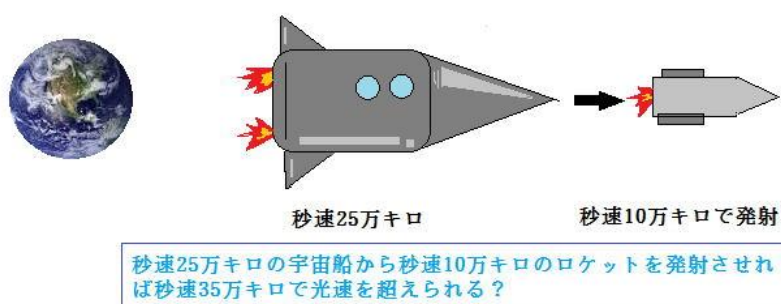
どうでしょう？相対性理論について少しわかってきましたか？では、光の速度を超えることができるのか？をご説明します。一般相対性理論でいえば、光に近い速度を出せばかなり未来に行けることになりますからねえ。

> [光の速度を超えることは可能なのか？](#)

相対性理論・光の速度を超えることはできるのか？

光の速度は秒速 30 万キロですね。アインシュタインの一般相対性理論にて「高速で動くものの時間は遅れる」というお話をしました。つまり、宇宙船などで速く飛ばせば飛ぶほど未来に行けるってことですね。ならば、光くらいの速度で飛ばせば、かな〜り未来にいけるのではないかし、一般的には光の速度を超えることはできないといわれています。本当なのでしょうか？

たとえば、下のような宇宙船とロケットを用意します。宇宙船は秒速 25 万キロで飛べるものとして。その宇宙船からロケットを秒速 10 万キロで飛ばすとして。さて、ロケットの速度は秒速何万キロとなるのでしょうか？



宇宙船の秒速 25 万キロから発射される秒速 10 万キロのロケットのスピードは秒速 35 万キロとなるはずですが。しか〜し！実際はそうなりません。

常識では、速度=宇宙船の速度+ロケットの速度というのが一般常識ですね。しかし、アインシュタインは「まあ、普通の生活ならそれでいいかもしれないけど。しかし、厳密には間違っているんだよね」ってことで新しい速度合成の式を作りました。

上の例を式に当てはめると次の通りです。

$$X = \frac{\text{宇宙船の速度秒速25万} + \text{ロケットの速度秒速10万}}{1 + \frac{\text{宇宙船の速度秒速25万} \times \text{ロケットの速度秒速10万}}{(\text{光速})^2}}$$

つまり・・・。

$$X = \frac{350000}{1 + \frac{2500000}{9000000}} \approx 275000 \text{ くらい}$$

最初に計算した速度だと 35 万キロだったのが、27 万 5000 キロになってしまったので、かなり遅くなってしまふ計算ですね。光の速度秒速 30 万キロも超えられません。これは、光の速度以下の数字なら何を入れても同じで秒速 30 万キロを超えることはできません。

ちなみに私たちが生活している上では、ほとんど分母の部分は無視してかまいません。

$$X = \frac{\text{宇宙船の速度秒速25万} + \text{ロケットの速度秒速10万}}{1 + \frac{\text{宇宙船の速度秒速25万} \times \text{ロケットの速度秒速10万}}{(\text{光速})^2}}$$

赤枠の部分ですね。時速 80 キロで走る車から時速 20 キロのボールを投げたとしても計算上は下の通り。

$$X = \frac{80+20}{1 + \frac{80 \times 20}{1080000000^2}}$$

↑
光の速度を時速に直す

$$= 99.9999999999999$$

もう、殆ど 100 キロなので分母の計算は面倒なだけですね。

でも、これは、光の速度を超える物体はないという大前提の計算方法。では、なぜ光の速度を超えることはできないのでしょうか？

それには、質量が大きくなってきます。動くものの質量は大きくなってしまいます。早く動くときだけ重くなっていってしまうってことですね。次は、そのあたりを詳しく見てみましょう。

> ものは動くとき重くなる(E=m×c²)

さて、前回は「光の速度を超えるものはない」というお話をしました。

では、なぜ光の速度は超えられないのでしょうか？それは、ものは動くとき質量が増えてしまうからなのです。質量とは、重さですね。つまり、速く動くときだけ重くなる。重いから早く動けないってことです。

これをロケットに置き換えてみましょう。ロケットの重さを 1 トンとします。スピードは光速の 90% でこのロケットを飛ばしてみましょう。すると、重さは約 2.3 トンにまで増えてしまいます。では、さらにスピードを上げて光速の 99% で飛ばします。今度は約 7 トンまでロケットの重さは増えてしまいました。

これは、次のような式で表すことができます。

$$\text{動いているものの質量} = \frac{\text{止まっているときの質量}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\text{動いている速度}}{\text{光の速度}} \right)^2}}$$

この式でわかることは、質量を少しでも持っているものは、光の速度を超えることが出来ないということです。上の式で「動いている速度」を光の速度と同じ秒速 30 万キロにすると $30 \text{ 万} \div 30 \text{ 万} = 1$ 、 $1 \cdot 1$ でゼロになってしまいます。計算上、おかしくなってしまいますね。

では、なぜ光はそれほどまでに速く動けるのか？それは、光の質量が 0 だからです。「止まっているときの質量」がゼロとして上の式に当てはめると・・・まあ、ゼロはどんな数字で割ってもゼロですからね。答えはゼロです。質量 0 の光だけは、動いても質量が増えることなくゼロのままなのです。

しかし、なぜ動くものの質量は大きくなっていくのでしょうか？

これは、エネルギーが重さに化けてしまうからなんです！

ちょっと、想像しがたいお話ですが、これがアインシュタインで有名な式。 $E = m \times c^2$ 乗です。

もう一度、頭の中でロケットを飛ばしてみましよう。ロケットを光速に近づけようとエンジンをふかします。しかし、そのエンジンのエネルギーは重さに変換されてしまい、スピードを出すことができないんです。

E は物質のもつエネルギー、m は物質の質量、c は光速です。

アインシュタインの $E = m \times c^2$ 乗は、エネルギーとは、物質の質量に光速の 2 乗を掛けたものと同じだとしています。

光の速度を超えられないとかエネルギーが質量に化けるとか、なんだか数学的に無理やり当てはめた理論のようですね。しかし、実際、この方式、考えは現実社会でも利用されているんです。

原子力エネルギーがそれですね。 $E = m \times c^2$ 乗は、言い換えれば物質には、光速の 2 乗に質量を掛けた分のエネルギーが姿を変えているともいえます。光速といえば秒速 30 万キロ。これに 2 乗ですから、ものすごいエネルギーが物質に隠されているってことですね。1 円玉 6 枚のもつエネルギーは東京ドーム一杯に溜めた水を沸騰させるだけのエネルギーを秘めているといわれています。

この物質のもつエネルギーをうまく取り出すことは容易ではないのですが、1938 年にドイツのハーンという人とオーストリアのマイトナーという人がウランの原子核に中性子を当てると原子核分裂が起こり、その際、質量がわずかに減り、大量のエネルギーが放出されることを発見しました。

さらにイタリアのフェルミが、ウランの原子核分裂の際にエネルギーと同時に中性子が多く生み出され、その中性子がまた他のウラン原子核に当たり、また核分裂を起こすという連鎖反応が起こることを示します。これによって、凄まじいエネルギーを得ることが可能になったのです。

これによって原子爆弾などが開発されたんですね。ですから、アインシュタインは相対性理論の成果によって生まれた原子爆弾の広島、長崎への投下に心を酷く傷つけたといえます。

こんなものの為にアインシュタインは研究を重ねたわけではないんですけどね・・・。

特殊相対性理論における時間の遅れと空間の縮み

運動するものは、止まっているものに比べ、時間が遅れる。また、見る人の立場によって時間の刻みが変わる。

地上(静止)の時間を t , ロケット(運動)内の時間を t_0 , ロケットの速さを v とすると

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad c \text{ は、光速} \quad t_0 = \sqrt{1-v^2/c^2} \times t$$

計算すると、

運動体の速さ (v)	運動体内の時間の刻み (t_0)	空間の縮み
光速の 1%	99.995% (地上の 1 時間が、59.997 分)	元の 99.995%
光速の 10%	99.5% (地上の 1 時間が、59.7 分)	元の 99.5%
光速の 20%	98% (地上の 1 時間が、58.79 分)	元の 98%
光速の 30%	95.4% (地上の 1 時間が、57.2 分)	元の 95.4%
光速の 40%	91.65% (地上の 1 時間が、55 分)	元の 91.65%
光速の 50%	86.6% (地上の 1 時間が、52 分)	元の 86.6%
光速の 60%	80% (地上の 1 時間が、48 分)	元の 80%
光速の 70%	71.4% (地上の 1 時間が、42.85 分)	元の 71.4%
光速の 80%	60% (地上の 1 時間が、36 分)	元の 60%
光速の 90%	43.6% (地上の 1 時間が、26.15 分)	元の 43.6%
光速の 99%	14.1% (地上の 1 時間が、8.5 分)	元の 14.1%
光速の 99.9%	4.5% (地上の 1 時間が、2.68 分)	元の 4.5%

更に、運動方向に沿った長さが、光の速度変化をちょうど打ち消すように縮む」という説をとなえました。これを「ローレンツ-フィッツジェラルド短縮」といいます。

L_0 : 止まっているときの物体 長さ L : 運動しているときの物体長さ v : 物体の速度 c : 光の速度

$$L = L_0 \sqrt{1-(v/c)^2}$$

- ・ 止まっている人から見ると、動いている人の時間の進みが遅く見える
- ・ 動いている人から見ると、空間が縮む (距離が短くなる)

双子のパラドックス

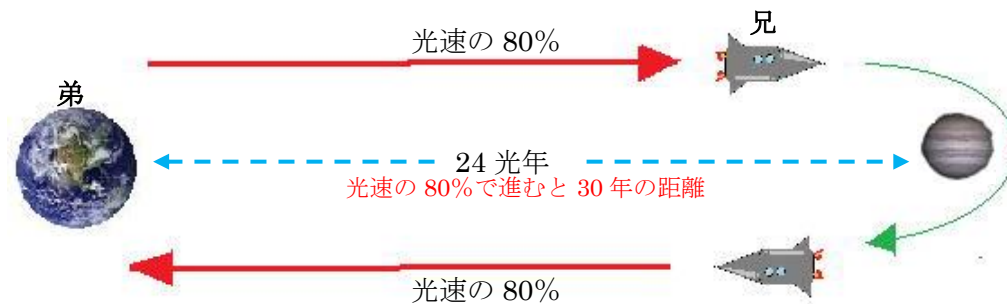
速く動くと時間が遅れる これが相対性理論における有名な現象です。

相対性理論によると、動いている人の時間は、止まっている人と比べてゆっくりと進む。宇宙船で地球を飛び立ち、高速移動して帰ってくれば、時間が地球よりもゆっくり進んだ分、未来の地球に行けそうです。

一方、宇宙船から見れば、動いているのは地球であり、地球の時間の方がゆっくり進むようにも思えます。これが「アインシュタインの双子のパラドックス」と呼ばれる矛盾のお話です。

検証してみます。以下のようなパラドックス(矛盾)が特殊相対性理論では予想されます。

ここに 20 歳の双子の兄弟がいます。あるとき兄が光速の 80% で進むことができる宇宙船に乗り、地球から 24 光年離れた惑星を目指し、惑星に到着したらすぐに帰路につき地球に戻ります。



<p>●地球の弟から見た場合</p> <ul style="list-style-type: none"> 地球上の時計では、30年で惑星に到着し、更に30年かかって戻って来る。 (60年が経過する) 弟から宇宙船内の時計が見えたとして、<u>宇宙船内の時計では、光速の80%では、60%遅れる</u>ので、18年で惑星に到着し、更に18年かかって戻って来る。 (36年しか経過しない) 	<p>●宇宙船内の兄から見た場合</p> <ul style="list-style-type: none"> <u>宇宙船内では、惑星までの距離が60%に縮む</u>よって、18年で惑星に到着し、更に18年で戻って来られる。(36年が経過する) 兄から地球上の時計が見えたとして、兄からは地球が光速の80%で動いているように見えるので、地球上の時計が、往復36年の60%に短縮される。 (21.6年しか経過していない)
---	--

この場合、兄は20+36で、**56歳**。弟は、20+60で**80歳**となり、兄が弟より若くなる。

この場合、兄は20+36で、**56歳**。弟は、20+21.6で**41.6歳**となり、兄より弟が若くなる。

では、どうしてこのような矛盾が予想されたのでしょうか？ どこかの計算が間違っています。結論から言うと、時間の短縮が起こるのは、等速直線運動をしている時です。実際に動いている兄の宇宙船は、戻ってくるために、減速して折り返し、また光速の80%まで加速しています。ここで、時間が大きく変わってしまうのです。実際には、この他にも、地球を離れるときの加速、地球に到着したときの減速も、加味する必要があります。よって、兄から見ても弟の時計は、実際には**60年**経ってしまいます。

光の速度は常に一定である

時間の遅れと光の速度。ちょっと関係ないようですが、この事がまず大前提で重要です。

光の速度は秒速 30 万キロメートル。光はこの速度がぜ～ったいに変わらないのです。

例えば、時速 100 キロで車を運転しているとしますね。すれちがう車が時速 60 キロで走っていたとすると、すれ違うその車が時速 160 キロで走っているように見えます。逆に後ろから時速 100 キロで追いかけてくる車がいたとしてもバックミラーで見るその車は止まっているように見えますね。これは「**速度合成の法則**」とって自分の速度と相手の速度の足し算、引き算で計算することができます。

しかし、光はそんなの無視するんですねえ。どんな状況下に置いても速度は秒速約 30 万キロメートルで絶対に変わらない性質を持っているんです。

例えば、光速の 50% で飛んでいる宇宙船から光を発射しても、車の時のような速度合成により 1.5 倍とはなりません。1 倍のままなのです。それは、光速の 50% で飛んでいる宇宙船では、時間の進みが遅れるからです。

また、速度とは距離/時間であらわされるのでこのようになります。